

## Einsetzen (Substituieren)

(in Anlehnung an ein Merkblatt von Univ.-Prof. Dr. R. Kamitz)

1. Wo wird eingesetzt?  
In einer Formel.
2. Wofür wird in einer Formel eingesetzt?  
Für eine Variable.
3. Was wird in einer Formel für eine Variable eingesetzt?  
Ein singulärer Term, d.i. entweder eine Individuenkonstante oder eine Variable.
4. Wie wird in einer Formel für eine Variable ein singulärer Term eingesetzt?  
Indem man an allen Stellen, an denen die Variable in der betreffenden Formel frei vorkommt, die Variable durch den singulären Term ersetzt. Das Ergebnis einer Einsetzung ist wiederum eine Formel.  
*Man beachte:*
  - (a) Die Einsetzung erfolgt überall und nur dort, wo die Variable in der Formel frei vorkommt.
  - (b) An allen Stellen, an denen die Einsetzung erfolgt, muss unbedingt derselbe singuläre Term eingesetzt werden.
  - (c) Wenn die Variable, für die eingesetzt werden soll, in der betreffenden Formel nicht frei vorkommt — also entweder gar nicht oder aber nur gebunden vorkommt —, dann ist die Einsetzung undurchführbar!
5. Damit es zu jeder Formel  $A$ , zu jeder Variablen  $v$  und zu jedem singulären Term  $t$  das Ergebnis der Einsetzung von  $t$  für  $v$  in  $A$  (kurz:  $A[t/v]$ , lies „ $A$  mit  $t$  für  $v$ “) gibt, wollen wir den Begriff des Einsetzungsergebnisses in einem so weiten Sinne verstehen, dass es nicht nur zu durchführbaren, sondern auch zu undurchführbaren Einsetzungen ein Einsetzungsergebnis gibt.
6. Sei  $A$  eine beliebige Formel,  $v$  eine beliebige Variable und  $t$  ein beliebiger singulärer Term. Eine Formel  $B$  ist dann und nur dann das Ergebnis einer Einsetzung von  $t$  für  $v$  in  $A$ , wenn einer der folgenden zwei Fälle vorliegt:
  - (a)  $v$  kommt in  $A$  an mindestens einer Stelle frei vor: dann ist  $B$  jene Formel, die aus  $A$  dadurch hervorgeht, dass man in  $A$  an allen Stellen, an denen  $v$  frei vorkommt,  $v$  durch  $t$  ersetzt (siehe Punkt 4).
  - (b)  $v$  kommt in  $A$  an keiner Stelle frei vor: dann ist  $B$  identisch mit  $A$ . Eine Einsetzung, die in  $A$  undurchführbar ist, ändert also an  $A$  nichts: Das Ergebnis einer solchen Einsetzung ist wiederum die Ausgangsformel  $A$ .
7. Sei  $A$  z.B. die Formel  $(\forall xF(x) \rightarrow (\exists yR(x, y) \vee S(a, x, a)))'$ .
  - (a) In  $A$  soll für die Variable  $,x'$  die Individuenkonstante  $,a'$  eingesetzt werden. Das Ergebnis der Einsetzung ist die Formel  $(\forall xF(x) \rightarrow (\exists yR(a, y) \vee S(a, a, a)))'$ .
  - (b) in  $A$  soll für die Variable  $,y'$  die Individuenkonstante  $,a'$  eingesetzt werden. Das Ergebnis dieser (undurchführbaren) Einsetzung ist die Formel  $A$ .

## Nochmals in aller Kürze...

Eingesetzt wird:

1. in einer *Formel*,
2. für *genau eine Variable*,
3. an *allen* Stellen, wo sie *frei* vorkommt,
4. stets *derselbe singuläre Term*.
5. Alles andere bleibt *unverändert*.